შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

17.04.2011/ მათ/ II/ 122

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$$f(x)+f(y)+f(z)=\frac{f(x)}{2}+\frac{f(x)}{4}+\frac{f(x)}{4}+\frac{f(y)}{2}+\frac{f(y)}{4}+\frac{f(y)}{4}+\frac{f(z)}{2}+\frac{f(z)}{4}+\frac{f(z)}{4}=$$

$$=\frac{f(x)+f(z)}{4}+\frac{f(x)+f(y)}{4}+\frac{f(y)+f(z)}{4}+\frac{f(x)}{2}+\frac{f(y)}{2}+\frac{f(z)}{2}\geq\frac{f(x+z)}{2}+\frac{f(x+y)}{2}+\frac{f(y+z)}{2}+$$

$$+\frac{f(x)}{2}+\frac{f(y)}{2}+\frac{f(z)}{2}=\frac{f(x+z)+f(y)}{2}+\frac{f(x+y)+f(z)}{2}+\frac{f(y+z)+f(x)}{2}\geq$$

$$\geq f(x+y+z)+f(x+y+z)+f(x+y+z)=3f(x+y+z)$$ რ.ე.დ.

![SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

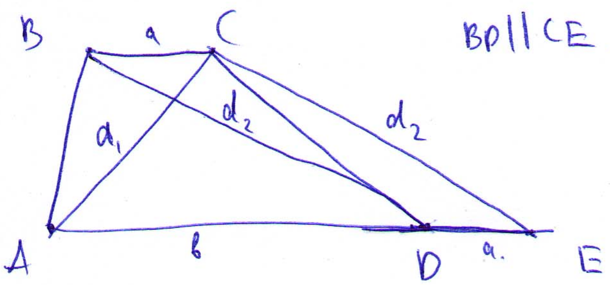
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

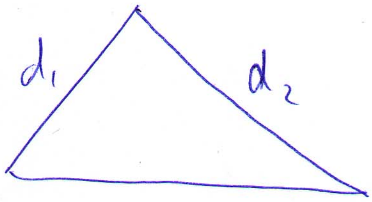
17.04.2011/ მათ/ II/ 122

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



$BD \parallel CE. \Rightarrow S_{ABCD} = S_{ACE}$, იმიტომ, რომ $DE=BC$.



$d_1+d_2=20$

$S=50$

$\frac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2}=50$

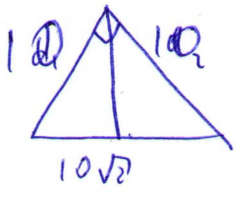
$d_1 d_2 \cdot \sin\alpha = 100$

$\sin\alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{100}{d_1 d_2} \leq 1 \Rightarrow 100 \leq d_1 d_2. \Rightarrow$

$\Rightarrow 100 \leq d_1(20-d_1) \Rightarrow d_1^2 - 20d_1 + 100 \leq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (d_1-10)^2 \leq 0 \Rightarrow d_1=10 \Rightarrow d_2=10 \Rightarrow \sin\alpha=1$

$\alpha=90$



$R=\frac{100}{10\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}.$

$$R=\frac{10}{\sqrt{2}}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

17.04.2011/ მათ/ II/ 122

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

დავუშვათ, a, b, c წყვილ-წყვილად ~~განსხვავებული~~ რიცხვებია.

თუ რომელიმე ორის აქვს საერთო გამყოფი და ვთქვათ ის d, მაშინ ვგულისხმობთ სამეულს

$dk, dt, dl+m$.

მაშინ $dk + dl + m \vdots dt$, მგონი.

$d(k+l)+m \not\vdots d$. მივიღეთ წინააღმდეგობა.

თუ სამივეს აქვს საერთო გამყოფი, მაშინ [illegible] ~~[illegible]~~ გამყოფზე და [illegible] მივიღებთ [illegible], რაც [illegible] უნდა ამოვიღოთ [illegible].

[illegible] [illegible] რიცხვი, რომ [illegible] 1-ის [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible].

ვთქვათ a. $a > b$ $a > c$.

$b + c \vdots a \Rightarrow b + c = a$.

$a + c \vdots b$, ანუ $b + 2c \vdots b$, ანუ $2c \vdots b$ და რადგან $(c, b) = 1 \Rightarrow b = 2$.

იგივე c-ზე

$a + b \vdots c \Rightarrow c + 2b \vdots c \Rightarrow 2b \vdots c$, $(c, b) = 1 \Rightarrow c = 2$.

მივიღეთ წინააღმდეგობა.

[illegible] 1-1 [illegible].

[illegible] $1, a, b$.

ვთქვათ, $a > b$. [illegible] $a = b + 1$

$a + 1 \vdots b$, $b + 2 \vdots b$, $2 \vdots b$. $b = 2$ $a = 3$. ანუ მივიღეთ [illegible]

[illegible] $(k, 2k, 3k)$. [illegible] 670 [illegible]. [illegible] $670 \cdot 6 = 4020$

ახლა დავუშვათ, რომ [illegible] [illegible] და [illegible] განსხვავებულია.

$a = b \neq c$.

 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	17.04.2011/ მათ/ II/ 122

ამოცანა № 3   გვერდი № 2

$a, a, c.$

აქ a-ს და c-ს აქვთ საერთო გამყოფი, ვთქვათ ეს სხვაობს d საერთო გამყოფს, და მისი გაყოფილობის შესახებ ის ... .

ან მივიღებთ a, a, c, სადაც $(a,c)=1$. , ან $a=1$, $c>1$, ან $c=1$, $a>1$.

1. ~~...~~, $(a,c)=1$. $a, c>1$

$a+c \vdots a$

$c \vdots a$ წინააღმდეგობა.

2. $a=1$. $c>1$.

$2a \vdots c \Rightarrow c=2$. მივიღეთ ასეთი წყვილი $(k,k,2k)$. ასეთი 2011-მდე გვაქვს 1005. ჯამში იქნება $1005 \cdot 3 = 3015$

3. $c=1$ $a>1$.

$a+c \vdots a \Rightarrow a+1 \vdots a$. წინააღმდეგობა.

დავუშვათ რომ ... , ...
... ... და ... .
(k,k,k). ასეთი გვაქვს 2010.

$S_{um} = 4020 + 3015 + 2010 = 9045$

პასუხი: 9045